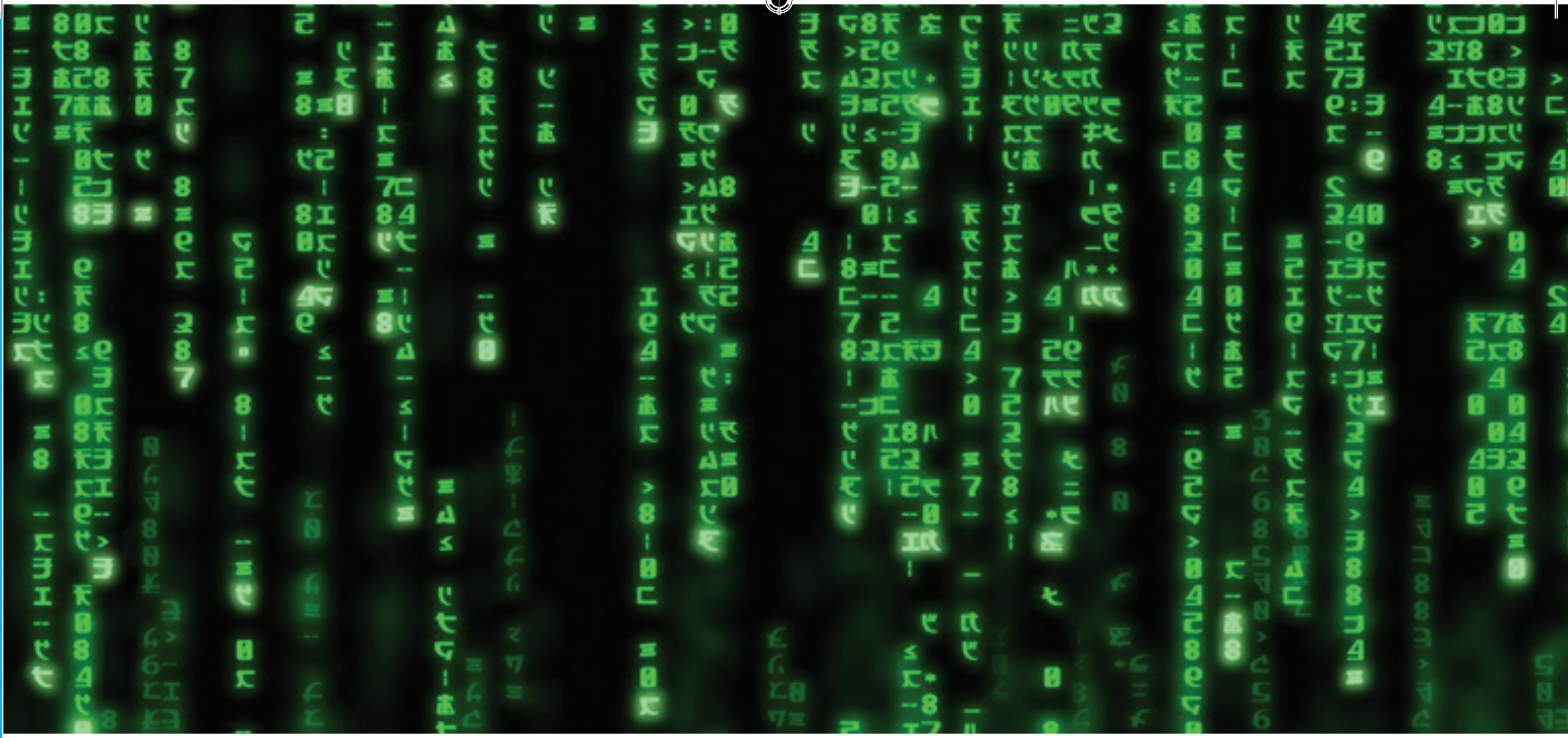


Sistemas de Numeração

Módulo 1

Caraterização do Módulo

Apresentação

Este módulo pretende dar a conhecer ao aluno a forma como os computadores utilizam valores binários para representar e efetuar operações com números inteiros. Esta matéria vai permitir uma melhor compreensão acerca do funcionamento dos componentes eletrónicos constituintes de um computador e das suas principais características.

Objetivos de aprendizagem

Conhecer a estrutura de um Sistema de Numeração e os principais Sistemas de Numeração.
Efetuar a conversão de números entre os vários sistemas de numeração.
Efetuar operações aritméticas (adição e subtração) em qualquer base de numeração.
Representar números relativos (positivos e negativos) em código de complementos.

Âmbito de conteúdos

Estrutura de um sistema de Numeração. Noção de símbolo e noção de número como uma sequência de símbolos, onde os símbolos têm significância posicional.
Fórmula geral de significância posicional num sistema de base B: N $N = \sum_{i=0}^{n} \mathbf{Ai}B^{i}$

- Principais Sistemas de Numeração utilizados: binário, octal, hexadecimal.

Conversão de números representados em qualquer base, para a base decimal, usando a fórmula geral de significância posicional.
Conversão de números em decimal para outras bases de numeração através do método das divisões sucessivas.
A importância da base binária como um sistema de numeração com dois símbolos 0 e 1, de fácil manipulação no contexto da arquitetura de um computador.
Operações aritméticas (adição e subtração) em qualquer base (base binária em particular).
Representação de números relativos (positivos e negativos), usando código de complementos.
Adição e subtração de números em código de complementos.

Estrutura de um Sistema de Numeração

Um numeral é um símbolo ou grupo de símbolos que representa um número. Os numerais diferem dos números do mesmo modo que as palavras diferem das coisas a que se referem. Os símbolos “11”, “onze” e “XI” são numerais diferentes, representando todos o mesmo número.

Um sistema de numeração (ou sistema numeral) é um sistema em que um conjunto de números é representado por numerais de uma forma consistente. Pode ser visto como o contexto que permite ao numeral “11” ser interpretado como o numeral romano para dois, o numeral binário para três ou o numeral decimal para onze.

Em condições ideias, um sistema de numeração deve:

- Representar uma grande quantidade de números úteis (ex: todos os números inteiros, ou todos os números reais);
- Dar a cada número representado uma única descrição (ou pelo menos uma representação padrão);
- Refletir as estruturas algébricas e aritméticas dos números.

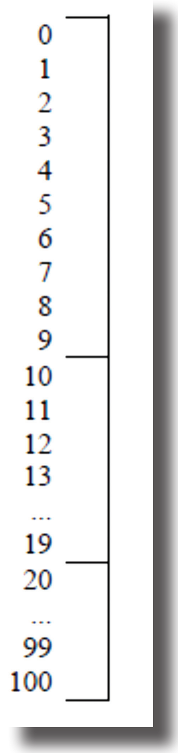
Por exemplo, a representação comum decimal dos números inteiros fornece a cada número inteiro uma representação única como uma sequência finita de algarismos, com as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) estando presentes como os algoritmos padrões da aritmética. Contudo, quando a representação decimal é usada para os números racionais ou para os números reais, a representação deixa de ser padronizada: muitos números racionais têm dois tipos de numerais, um padrão que tem fim (por exemplo 2,31), e outro que se repete periodicamente (como 2,30999999...).

Sistema Decimal

O sistema decimal é um sistema de numeração de posição[1] que utiliza a base dez.

No sistema decimal existem dez símbolos básicos: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Através das combinações adequadas destes símbolos, constroem-se os números do Sistema Decimal. A regra de construção consiste na combinação sequencial dos símbolos, de modo que o valor do número depende da posição dos símbolos básicos.



Símbolos Básicos

Repetição dos Símbolos Básicos

No sistema decimal a posição dos símbolos recebe nomes:

Exemplo:

Milhar	Centena	Dezena	Unidade
10^3	10^2	10^1	10^0
3	2	5	9

O número decimal pode ser decomposto da seguinte forma:

Milhar x 10^3 + Centena x 10^2 + Dezena x 10^1 + Unidade x 10^0

No exemplo:

$$3259 = 3 \text{ x } 10^3 + 2 \text{ x } 10^2 + 5 \text{ x } 10^1 + 9 \text{ x } 10^0$$

$$3259 = 3 \text{ x } 1000 + 2 \text{ x } 100 + 5 \text{ x } 10 + 9 \text{ x } 1$$

Significa que os números decimais são um somatório dos seus símbolos básicos multiplicados, cada um por uma base 10 com os seus expoentes sequenciais. Genericamente:

$$N^0 = S_y \times B^n + S_{y-1} \times B^{n-1} + \ldots + S_1 \times B^1 + S_0 \times B^0$$

Sendo:

Si = símbolo básico (0 < i < y)

n = expoente da base

B = base

O fator S_0 é a unidade, considerado o fator menos significativo e o fator S_y o fator mais significativo.

Os números do sistema decimal também são chamados de números na base 10, devido a construção do sistema.

Para diferenciá-los dos números dos outros sistemas de numeração, utiliza-se a seguinte identificação:

(Nº. decimal) $_{10}$ → *Cem = (100)* $_{10}$

Sistema Binário

A Eletrónica digital é baseada na lógica de dois níveis de tensão diferentes. Um sistema eletrónico com mais de dois níveis de tensão diferentes seria um sistema de alta complexidade, complicando o projeto, as análises e até mesmo a confeção e manutenção deste sistema.

Portanto, diante do número elevado de símbolos, o sistema decimal não é adequado para representar os níveis de tensão na Eletrónica Digital.

O sistema Binário possui dois símbolos: 0 e 1

Através das combinações adequadas, obtém-se a mesma quantidade de números, com suas respetivas grandezas, do Sistema Decimal. A diferença é apenas na representação dos números.

O sistema Binário é utilizado na lógica da Eletrónica Digital. Os Símbolos deste sistema de numeração representam os dois níveis de tensão utilizados na lógica dos circuitos digitais.

A construção do Sistema Binário é idêntica à do sistema Decimal:

0 1	Símbolos Básicos
10 11	Repetição dos Símbolos Básicos
100 101 --- 111 1000 ----- 1111 10000	O primeiro símbolo da direita é sempre o menos significativo e o primeiro símbolo da esquerda é sempre o mais significativo.

A representação de um número binário é análoga à de um número Decimal, respeitando-se as Bases:

$$(No.\ Binário)_2 \rightarrow (1001101)_2$$

Binário a decimal

Dado um número N, binário, para expressá-lo em decimal, deve-se escrever cada número que o compõe (bit), multiplicado pela base do sistema (base = 2), elevado à posição que ocupa. A soma de cada multiplicação de cada dígito binário pelo valor das potências resulta no número real representado.

Exemplo:

$1011_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$1^3 0^2 1^1 1^0 \rightarrow 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11$

Portanto, $1010_{(2)} = 11_{(10)}$

Exercícios:

$101100_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$1100_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$100001_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$1010_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$1111_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$10010_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$1001_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$11101_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

110111 (2) = ______ $_{(10)}$

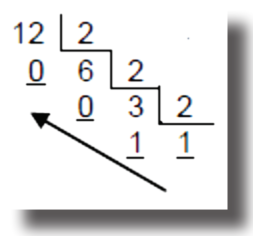
$10110_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$11011_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

$101001_{(2)}$ = ______ $_{(10)}$

Decimal a Binário

Dado um número decimal, para convertê-lo em binário, basta dividi-lo sucessivamente por 2, anotando o resto da divisão inteira (da direita para a esquerda):



Portanto, $12_{(10)} = 1100_{(2)}$

Exercícios:

$22_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$56_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$54_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$35_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$26_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$3_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$69_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$17_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$13_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$36_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$42_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$71_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$25_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

$102_{(10)}$ = ________ $_{(2)}$

Soma de números binários

Recordando as seguintes somas básicas:

1. 0+0 = 0
2. 0+1 = 1
3. 1+1 = 10

Assim, ao somar-se 100110101 com 11010101, tem-se:

	bit 10	bit 9	bit 8	bit 7	bit 6	bit 5	bit 4	bit 3	bit 2	bit 1	
		1_{+1}	0_{+1}	0_{+1}	1_{+1}	1	0_{+1}	1	0_{+1}	1	Transporte
+			1	1	0	1	0	1	0	1	
	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	

Opera-se como em decimal: começa-se a somar desde a direita, no exemplo, 1+1=10, então escreve-se 0 “e vai” 1. Soma-se este 1 à coluna seguinte.

Subtração de números binários

		bit 5	bit 4	bit 3	bit 2	bit 1	
Diminuendo		1	1	0	0	1	
Diminuidor	-	0_{+1}	1_{+1}	0_{+1}	1_{+0}	1	Transporte
Resultado:		0	1	1	1	0	

A subtração bit a bit faz-se da seguinte forma:

Bit 1: 1 - 1 = 0 (transporte 0)

Bit 2: 0 - 1 = 1 (transporte 1)

Bit 3: soma-se o diminuidor com o transporte, isto é,

0 + 1 = 1 (transporte da soma é 0). Depois realiza-se a subtração do diminuendo com o resultado da soma.

0 - 1 = 1 (transporte 1)

Bit 4: soma-se o diminuidor com o transporte, isto é,

1 + 1 = 0 (transporte da soma é 1). Faz-se a subtração do diminuendo com o resultado da soma, isto é,

1 – 0 = 1 (transporte 0)

Bit 5: soma-se o diminuidor com o transporte, isto é,

0 + 1 = 1 (transporte da soma é 0). Faz-se a subtração do diminuendo com o resultado da soma, isto é,

1 – 1 = 0 (transporte 0)

Verificar:

$11001_{(2)} = 25_{(10)}$

$- 1011_{(2)} = 11_{(10)}$

$0110_{(2)} = 14_{(10)}$

Sistema Hexadecimal

Todos os sistemas digitais trabalham com os Números Binários porém, em computação, por exemplo, as informações são grupos de 8, 16 ou 32 dígitos binários, que combinados formam as instruções e os dados inteligíveis ao sistema. Devido ao grande número de dígitos, a Linguagem de Máquina torna complexo o entendimento entre o homem e a máquina. Para suprir esta complexidade, ou pelo menos atenuá-la, um sistema de numeração de muitos símbolos e ao mesmo tempo proporcional aos grupos de dígitos, seria o adequado, pois diminuiria o número de dígitos da informação, sem alterá-la. Este sistema é conhecido como Sistema Hexadecimal.

O sistema Hexadecimal possui 16 símbolos: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

As Letras de A a F, para efeito de conversão, corresponderão aos decimais de 10 a 15 respetivamente.

A construção do sistema Hexadecimal é idêntica a qualquer outro sistema de numeração, consiste na combinação ordenada sequencial dos símbolos básicos de modo que o valor do número depende da posição dos símbolos.

Os números do sistema Hexadecimal também são conhecidos como números na base 16.

A representação dos números Hexadecimais é análoga aos outros sistemas de numeração:

N.º Hexadecimal $_{(16)}$ → C12FA $_{(16)}$

Hexadecimal a Decimal

A base hexadecimal tem mais vantagem do que a octal, pois representa um número com grande quantidade de bits, numa forma simples e reduzida. Por exemplo, o número binário 1001110100 110110 $_{(2)}$ = 9D36 $_{(16)}$.

A base hexadecimal é formada por 16 elementos. Como a base dez apenas tem 10 símbolos, os restantes 6 símbolos são representados pelas primeiras 6 letras do nosso alfabeto: A, B, C, D, E, F.

Para obtermos o equivalente decimal do número 9D36 $_{(16)}$ na base hexadecimal temos que executar as seguintes operações:

9D36 $_{(16)}$ = ______$_{(10)}$

$9^3D^23^16^0$ (D=13) □ↄ◉ x 16^3 + 13 x 16^2 + 3 x 16^1 + 6 x 16^0 = 40246 $_{(10)}$

Exercícios:

2C $_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

C $_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

21$_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

A $_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

F $_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

12$_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

22$_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

9$_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

1D $_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

37$_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

16 $_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

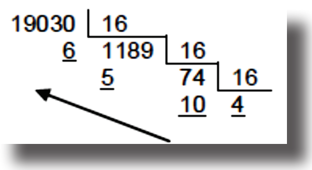
1B $_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

29$_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

18$_{(16)}$ = ______ $_{(10)}$

Decimal a Hexadecimal

Dado um número decimal, para convertê-lo em hexadecimal, basta dividi-lo sucessivamente por 16, anotando o resto da divisão inteira (da direita para a esquerda):



Portanto, 19030 $_{(10)}$ = 4A56 $_{(16)}$

Exercícios:

12$_{(10)}$ = C $_{(16)}$

16$_{(10)}$ = 10$_{(16)}$

23$_{(10)}$ = 17 $_{(16)}$

26$_{(10)}$ = 1A $_{(16)}$

41$_{(10)}$ = 29 $_{(16)}$

11$_{(10)}$ = B $_{(16)}$

10$_{(10)}$ = A $_{(16)}$

54$_{(10)}$ = 36 $_{(16)}$

52$_{(10)}$ = 34 $_{(16)}$

64$_{(10)}$ = 40 $_{(16)}$

21$_{(10)}$ = 15 $_{(16)}$

47$_{(10)}$ = 2F $_{(16)}$

25$_{(10)}$ = 19 $_{(16)}$

19$_{(10)}$ = 13 $_{(16)}$

Binário-Hexadecimal e vice-versa

Utiliza-se o princípio de que para escrever um dígito em hexadecimal chegam 4 dígitos em binário, dada a relação entre as bases respectivas ser a potência 4, isto é, $16 = 2^4$.

Por exemplo, dado o número $01101101_{(2)}$, podemos efectuar a seguinte conversão:

0110	1101
$0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$	$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

$\rightarrow$ *$6D_{(16)}$* $\leftarrow$

Fazendo a operação inversa chegamos da base hexadecimal à base binária:

2	4	A	8	Hexadecimal
↓	↓	↓	↓	
0010	0100	1010	1000	Binário

O equivalente na base binária é: $24A8_{(16)} = 1001001010_{(2)}$

Exercícios:

$101100_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$1100_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$100001_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$1010_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$1111_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$10010_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$16_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$38_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$36_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$23_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$1A_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$3_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$45_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$1001_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$11101_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$110111_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$10110_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$11011_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$101001_{(2)} =$ ______ $_{(16)}$

$11_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$D_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$24_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$2A_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$47_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$19_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

$66_{(16)} =$ ______ $_{(2)}$

Sistema Octal

O sistema Octal assemelha-se ao sistema Hexadecimal e também é muito utilizado na área de digital.

O sistema Octal possui 8 símbolos: 0 1 2 3 4 5 6 7

A construção do sistema Octal é idêntica aos demais sistemas de numeração.

Os números do sistema Octal também são conhecidos como números na base 8.

A representação dos números Octais é análoga aos outros sistemas de numeração:

N.º Octal $_{(8)}$ → $7123_{(8)}$

Octal a Decimal

A base octal utiliza oito algarismos ou dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; por isso se diz que a base deste sistema de numeração é oito (octal) e cada dígito também tem um valor posicional. Para obtermos o equivalente decimal do número 24643701 $_{(8)}$ na base octal temos que executar as seguintes operações.

$24643701_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$2^7 4^6 6^5 4^4 3^3 7^2 0^1 1^0$

$\downarrow$

$2 \times 8^7 + 4 \times 8^6 + 6 \times 8^5 + 4 \times 8^4 + 3 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^0 = 5457857_{(10)}$

Exercícios:

$54_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$14_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$41_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$12_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$17_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$22_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$42_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$11_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$35_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$67_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$26_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

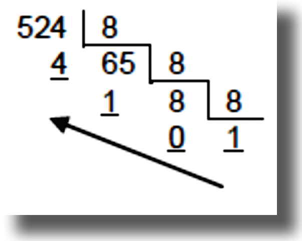
$33_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$51_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

$30_{(8)} = \_\_\_\_\_\__{(10)}$

Decimal a Octal

Dado um número decimal, para convertê-lo em octal, basta dividi-lo sucessivamente por 8, anotando o resto da divisão inteira (da direita para a esquerda):



Portanto, 524 $_{(10)}$ = 1014 $_{(8)}$

Exercícios:

$43_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$16_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$12_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$19_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$23_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$15_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$28_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$31_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$53_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$65_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$22_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$34_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

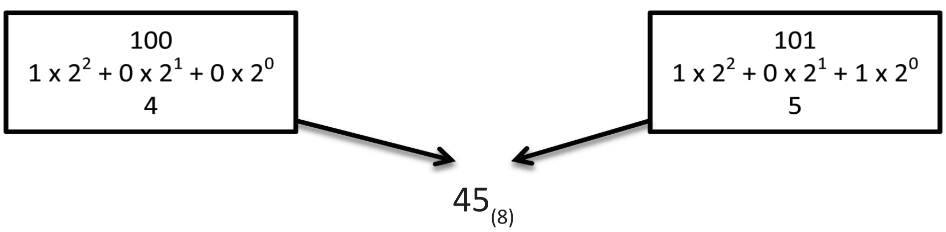
$36_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

$45_{(10)}$ = ______ $_{(8)}$

Binário-Octal e vice-versa

Utiliza-se o princípio de que para escrever cada dígito octal são necessários somente 3 dígitos binários, visto a relação entre as bases respetivas ser uma potência 3, isto é, 8 = 2^3. O maior dígito em octal corresponde ao dígito 7: $111_{(2)} = 7_{(8)}$.

Dado o número 100101 $_{(2)}$, podemos realizar a seguinte conversão:



Fazendo a operação inversa chegamos da base octal à base binária:

5	7	6	Octal
↓	↓	↓	
101	111	110	Binário

O equivalente na base binaria é 576 $_{(8)}$ = 101111110 $_{(2)}$

Exercícios:

$101100_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$1100_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$100001_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$1010_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$1111_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$10010_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$1001_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$11101_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$110111_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$10110_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$11011_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$101001_{(2)} = \_\_\_\_\__{(8)}$

$16_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$70_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$66_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$43_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$32_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$3_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$105_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$21_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$15_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$44_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$52_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$107_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$31_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

$146_{(8)} = \_\_\_\_\__{(2)}$

Conversão por decomposição em potências de base

Base N -> Decimal

Para converter um número de uma base qualquer em um número decimal, utiliza-se a Fórmula genérica, já vista:

$$N^0 = S_y \times B^n + S_{y-1} \times B^{n-1} + \ldots + S_1 \times B^1 + S_0 \times B^0$$

Ou seja:

$$\sum_{i=0}^{n=1} a_i . b^i$$

Onde:

b : é a base

i : a casa onde está o algarismo

a_i : é o algarismo da casa i

n : numero total de algarismos

Exemplos:

$1101_{(2)} = (1 \text{ x } 2^3) + (1 \text{ x } 2^2) + (0 \text{ x } 2^1) + (1 \text{ x } 2^0) = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$

$1101_{(2)} = 13_{(10)}$

$10101_{(2)} = (1 \text{ x } 2^4) +(0 \text{ x } 2^3) + (1 \text{ x } 2^2) + (0 \text{ x } 2^1) + (1 \text{ x } 2^0) = 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 21$

$10101_{(2)} = 21_{(10)}$

$2A_{(16)} = 2 \text{ x } 16^1 + A \text{ x } 16^0 = 2 \text{ x } 16^1 + 10 \text{ x } 16^0 = 32 + 10 = 42$ (NOTA: A=10)

$2A_{(16)} = 42_{(10)}$

$B1_{(16)} = B \text{ x } 16^1 + 1 \text{ x } 16^0 = 11 \text{ x } 16^1 + 1 \text{ x } 16^0 = 176 + 16 = 192$ (B=16)

$B1_{(16)} = 192_{(10)}$

$75_{(8)} = 7 \text{ x } 8^1 + 5 \text{ x } 8^0 = 56 + 5 = 61$

$75_{(8)} = (61)_{(10)}$

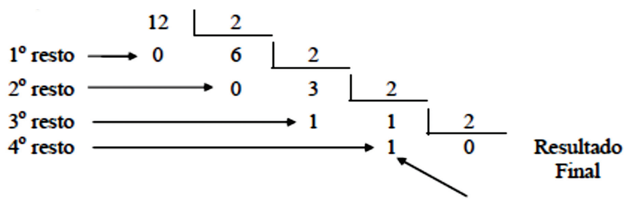
Conversão pela divisão pela base

Decimal → Base

A conversão de números decimais para números de outra base é feita dividindo-se o número decimal pela base até que o resultado seja zero. Os "restos" das divisões no sentido da última divisão para a primeira formam o número convertido.

Exemplo 1: $12_{(10)} \rightarrow ???_{(2)}$

Solução:

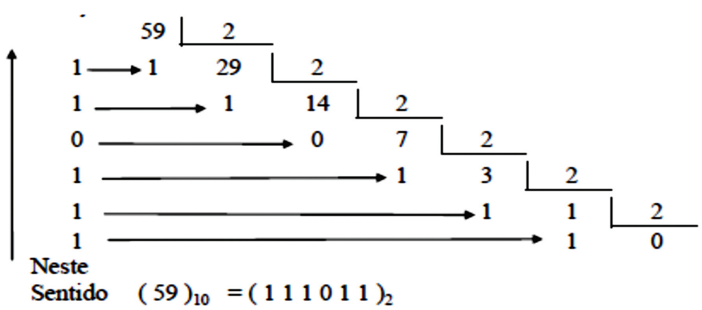


X_2	4º resto	3º resto	2º resto	1º resto
X_2	1	1	0	0

Portanto: $12_{(10)} = 1100_{(2)}$

Exemplo 2: $59_{(10)} \rightarrow ???_{(2)}$

Solução:



Portanto: $58_{(10)} = 111011_{(2)}$

Exemplo 3: $58_{(10)} \rightarrow ???_{(16)}$

Solução:

$$\begin{array}{llll} & 58 & \underline{\lfloor\,16\quad} & \\ 1^{o}\text{ resto} \longrightarrow & 10 & 3 & \underline{\lfloor\,16\quad} \\ 2^{o}\text{ resto} \longrightarrow & & 3 & 0 \end{array}$$

X_2	2º resto	1º resto
X_2	3	A

Portanto: $(58)_{10} = (3A)_{16}$

Conversão de base B para B^N

Conversão de base B para B

Binário → Hexadecimal, Binário → Octal

A conversão B para B^N é feita transformando-se grupos de n dígitos binários, no sentido da direita para a esquerda, e feita a conversão diretamente em números da base B^N

Exemplo 1: $10100110_{(2)}$ → $???_{(16)}$

Solução:

$16 = 2^4$ logo n = 4

1010	0110
A	6

Portanto: $10100110_{(2)}$ → $A6_{(16)}$

Exemplo 2: $110011_{(2)} = ???_{(16)}$

Solução:

$16 = 2^4$ logo n = 4

0011	0011
3	3

Portanto: $110011_{(2)} = 33_{(16)}$

Caso o último grupo à esquerda não possua 4 dígitos, deve-se completar com zeros.

Exemplo 3: $110011_{(2)}$ → $???_{(8)}$

Solução:

$8 = 2^3$ logo n = 3

110	011
6	3

Portanto: $110011_{(2)} = 63_{(8)}$

Conversão de base B^N para B

Hexadecimal → Binário, Octal → Binário

A conversão de números de base B^N para base B é feita transformando-se os símbolos da base B^N diretamente em n dígitos da base B.

Exemplo 1: $10D_{(16)} \rightarrow ???_{(2)}$

Solução:

$16 = 2^4$ logo n = 4

1	0	D
0001	0000	1101

Portanto: $10D_{(16)} = 000100001101_{(2)}$ ou $10D_{(16)} = 100001101_{(2)}$

Os zeros à esquerda do último grupo da esquerda podem ser omissos.

Exemplo 2: $C59_{(16)} \rightarrow ???_{(2)}$

Solução:

$16 = 2^4$ logo n = 4

C	5	9
1100	0101	1001

Portanto: $C59_{(16)} = 110001011001_{(2)}$

Exemplo 3: $743_{(8)} \rightarrow ???_{(2)}$

Solução:

$8 = 2^3$ logo n = 3

7	4	3
111	100	011

Portanto: $743_{(8)} = 111100011_{(2)}$

Conversão de base B^N para B^M

Hexadecimal ↔ Octal

A conversão de números de base B^N para base B^M é feita transformando-se os símbolos da base B^N primeiramente para base B e após para a base B^M.

Exemplo 1: $10D_{(16)} \rightarrow ???_{(8)}$

Solução:

$16 = 2^4$ logo n = 4;

1	0	D
0001	0000	1101

$8 = 2^3$ logo m = 3

Portanto: $10D_{(16)} = 000100001101_{(2)}$ ou $10D_{(16)} = 100001101_{(2)}$

100	001	101
4	1	5

Portanto: $100001101_{(2)} = 415_{(8)}$

Solução: $10D_{(16)} = 100001101_{(2)} = 415_{(8)}$

Tabela de Equivalência entre Sistemas de Numeração

Decimal	Binário	Hexadecimal	Octal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	8	10
9	1001	9	11
10	1010	A	12
11	1011	B	13
12	1100	C	14
13	1101	D	15
14	1110	E	16
15	1111	F	17

Números negativos

Os computadores lidam com números positivos e números negativos, pelo que é necessário encontrar uma representação para números com sinal negativo. Uma possibilidade é inverter todos os bits de um número para representar o número correspondente com sinal negativo. Esta representação é designada por complemento para um.

Exemplo 1:

- $100_{(10)} = 01100100_{(2)}$ utilizando 8 bits.

Invertendo todos os bits obtemos:

- $-100_{(10)} = 10011011_{(2)}$

O problema desta representação é que existem 2 padrões de bits para o 0, nomeadamente $0_{(10)}=00000000_{(2)}=11111111_{(2)}$. A solução encontrada consiste em representar os números em complemento para 2. Para determinar o negativo de um número negam-se todos os seus bits e soma-se uma unidade.

Exemplo 2:

- $100_{(10)} = 01100100_{(2)}$ utilizando 8 bits.

Invertendo todos os *bits* obtemos:

- $10011011_{(2)}$

Somando uma unidade:

- $10011011_{(2)} + 1 = 10011100_{(2)} = -100_{(10)}$

A representação em complemento para 2 tem as seguintes características:

- O bit da esquerda indica o sinal;
- O processo indicado no parágrafo anterior serve para converter um número de positivo para negativo e de negativo para positivo;

- O 0 tem uma representação única: todos os bits a 0;
- A gama de valores que é possível representar com bits é (-2^{n-1} ... $2^{n-1}-1$).

Exemplo 3:

Qual o número representado por $11100100_{(2)}$?

Como o bit da esquerda é 1 este número é negativo.

Vamos inverter:

- $00011011_{(2)}$

Somando uma unidade:

- $00011011_{(2)} + 1 = 00011100_{(2)} = 28_{(10)}$

Logo:

- (2) = - 28(10)

Exemplo: Representar os seguintes números com 16 bits.	
0011101010 Positivo, logo: 0000000011101010	11011110 Negativo, logo: 1111111111011110

Bibliografia

CUESTA, L.; PADILLA, A.; REMIRO, F., *Electrónica Digital*. Amadora: McGrawHill, 1994.

NUNES, Mário Serafim, *Sistemas Digitais*, 3ª ed.. Lisboa: Editorial Presença, 1989.

RODRIGUES, Pimenta; ARAÚJO, Mário, *Projecto de Sistemas Digitais*, 2ª ed.. Lisboa: Editorial Presença, sd.

TAUB, Herbert, *Circuitos Digitais e Microprocessadores*. S. Paulo: McGrawHill, 1984.